

# 实验：转动惯量的测定

## 【引言】

转动惯量是惠更斯研究摆的重心升降的问题时引入，后被欧拉命名的一个物理量。它是刚体转动时惯性的量度，与刚体的质量、转轴的位置及质量分布有关。在许多现代工程设计中，经常要测量形体复杂的器件或结构的转动惯量，如机械部件，电机转子、航天飞行器的姿态控制，机动变轨等。形状简单、质量分布均匀的刚体绕特定转轴的转动惯量可以直接计算。形状复杂、质量分布不均的刚体的转动惯量通常很难直接计算，需要用实验方法测定。因此，学会用实验的方法测定刚体的转动惯量具有重要的实际意义。

## 【开篇设问】

1. 刚体的转动惯量与哪些因素有关？
2. 实验测量刚体的转动惯量有哪些方法？
3. 扭摆法是利用了什么关系来测定刚体转动惯量的？
4. 何为平行轴定理？

## 【实验目的】

1. 理解转动惯量概念和平行轴定理的物理意义。
2. 掌握利用扭摆测量刚体转动惯量的原理和方法。
3. 验证转动惯量平行轴定理。

## 【实验原理】

### （一）扭摆法

当研究的问题涉及到物体的转动时，必须考虑物体的大小和形状，不能再将物体视为质点，但如果物体的大小和形状的改变可以忽略，实际物体就可以抽象为具有不变的大小和形状的刚体。定轴转动是刚体的一种较简单的运动，描述定轴转动基本规律的动力学方程为：

$$M = I\beta \quad (1)$$

其中， $M$  是对定轴的力矩， $\beta$  是角加速度， $I$  就是刚体对定轴的转动惯量。公式也称为转动定律。

实验测定刚体的转动惯量，一般都是使刚体以某一形式运动，通过测定与转动惯量有关系的某个描述该运动特征的物理量来间接地得到刚体的转动惯量。测定转动惯量的实验方法较多，如扭摆法、旋转法、三线摆法等。本实验采用的扭摆法就是利用刚体的转动惯量和扭摆摆动周期的关系来测定刚体的转动惯量。



图 1 扭摆

扭摆装置如图 1 所示。待测刚体可以固定在扭摆的垂轴上，垂轴装有用以产生恢复力矩的薄片状螺旋弹簧，使刚体在水平面内转过一个角度 $\theta$ ，在弹簧的恢复力矩作用下，刚体就开始绕垂轴作往返扭转摆动。根据胡克定律，在一定的角位移范围（这个范围因弹簧而异，本仪器要求小于 $90^\circ$ ）内，可以认为弹簧受扭转后产生的恢复力矩 $M$ 与角位移 $\theta$ 成正比：

$$M = -K\theta \quad (2)$$

式中 $K$ 为弹簧的扭转常数。由转动定律式有

$$\beta = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{M}{I} \quad (3)$$

令 $\omega^2 = K/I$ ，由式和式可得到刚体扭摆运动的运动微分方程：

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta \quad (4)$$

由式可知扭摆运动具有简谐振动的特性，简谐振动的周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} \quad (5)$$

测出摆动周期 $T$ ，若 $K$ 已知，由式即可计算 $I$ 。

弹簧的扭转常数 $K$ 可以用下述方法测量：设金属载物圆盘绕垂轴的转动惯量为 $I_0$ ，测出其摆动周期为 $T_0$ 。选一几何形状规则的物体，计算出其对质心轴的转动惯量理论值 $I_1$ ，并将该物体置于圆盘中，使其质心轴与垂轴重合，测出复合体的摆动周期 $T$ ，由式知

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2}{K} I_0 \quad (6)$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{K} (I_0 + I_1) \quad (7)$$

由式和式可得到

$$K = 4\pi^2 \frac{I_1}{T_1^2 - T_0^2} \quad (8)$$

实验中几何形状规则的物体可选用质量为 $m_1$ 、外径为 $D_1$ 的圆柱体，其对质心轴的转动惯量理论值为

$$I_1 = \frac{1}{8} m_1 D_1^2 \quad (9)$$

## (二)平行轴定理

理论分析证明，若质量为 $m$ 的刚体对通过质心的转轴的转动惯量为 $I_c$ ，则刚体对平行于该轴并与其相距为 $d$ 的平行轴的转动惯量 $I_d$ 为

$$I_d = I_c + md^2 \quad (10)$$

这就是转动惯量的平行轴定理。这样若上述两种轴中对某一轴的转动惯量已知，我们就可以方便地由式求得绕另一轴的转动惯量。

本实验通过测量一些规则物体的转动惯量来理解转动惯量概念和平行轴定理的物理意义，了解和掌握扭摆法测量刚体转动惯量的原理和方法。但需要说明的是，本实验装置是可以测量非规则物体的，但是为了便于与理论计算值相比较，我们选用了规则物体。

## 【实验仪器】



图 2 实验仪器装置图

图 2 所示为实验仪器装置，包括扭摆、数字式计时器、电子天平、游标卡尺及钢卷尺、待测刚体等，下面是对于这些组件的一些说明：

①扭摆：实验中扭摆机座应保持水平，扭摆机架上装有检测水平度的水准泡，机座可以用底脚螺栓进行水平调整。

②数字式计时器：包括主机和光电探头两部分，光电探头由红外线发射管和红外线接收管组成，用以检测挡光杆是否挡光并根据挡光次数自动判断是否已达到所设定的周期数（可设定为 5 次或 10 次）。测量时应先按下“复位”按钮，此时读数显示为“0000”。可以用纸片挡光检查计时器是否开始计时及达到预定次数时是否停止计时。

③MP12001 电子天平：最大称量值 1200g，分度值 0.1g。使用前应校准，并预热 30 分钟。将待测物品轻轻放置在秤盘上，显示值即为该物品的质量。

④待测刚体：塑料圆柱体、空心金属圆筒、实心球体、金属细长杆及两个可以在杆上自由移动的金属圆柱形滑块。

## 【实验内容】

### 1. 测量各待测物体的有关几何尺寸及质量

各测量三次取平均值。列表记录数据，按照下列公式计算各物体转动惯量的理论值。转轴为圆柱体几何轴时，圆柱体转动惯量理论计算公式即式。

转轴为圆筒几何轴时，圆筒的转动惯量：

$$I_{\text{筒}} = \frac{1}{8}m(D_{\text{外}}^2 + D_{\text{内}}^2) \quad (11)$$

其中  $D_{\text{外}}$ 、 $D_{\text{内}}$  分别为圆筒的外、内径。

转轴为球体直径时，球体的转动惯量：

$$I_{\text{球}} = \frac{1}{10}mD^2 \quad (12)$$

其中， $D$  为球体的直径。

转轴通过细杆中心并与杆垂直时，细杆的转动惯量：

$$I_{\text{杆}} = \frac{1}{12}ml^2 \quad (13)$$

其中， $l$  为细杆长度。

转轴( $OO'$ )过质心并垂直几何轴时。金属圆柱形滑块的转动惯量(图3)：

$$I_{\text{滑块}} = \frac{1}{16}m(D_1^2 + D_2^2) + \frac{1}{12}mh^2 \quad (14)$$

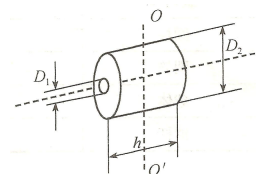


图3 金属圆柱形滑块

## 2. 扭转常数 $K$ 值的确定

利用机座上的水平仪调整机座水平，在扭摆垂轴上装上金属载物盘并锁紧，金属载物盘装有一挡光杆，通过数字式计时器的光电探头挡光而测量其摆动周期。调整光电探头的位置，使其处于挡光杆的平衡位置处，挡光杆应位于空隙中央能遮住发射接受红外线的小孔又不与探头接触。周期数设定为10次，测量摆动周期  $T_0$ ，重复三次取平均值。再将塑料圆柱体放在载物盘上，使其几何轴线与垂轴重合，测量复合体的摆动周期  $T_1$ ，因为弹簧扭转常数  $K$  与摆动角度略有关系，但在  $40^\circ \sim 90^\circ$  范围基本相同，所以测量时摆角不宜过大或过小。由式和式确定  $K$ 。

## 3. 测量各个待测物转动惯量实验值

测量球体和细杆时不需要载物盘，分别用支座和夹具将其固定到垂轴上，注意金属细杆的中心必须与垂轴重合。确定其转动惯量时应考虑支座和夹具的转动惯量，不过二者数值都较小。

球支座转动惯量实验参考值  $I_{01} = 0.178 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

细杆夹具转动惯量实验参考值  $I_{02} = 0.230 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

## 4. 验证平行轴定理

转轴固定在细杆中心，并与细杆垂直，两金属圆柱形滑块对称地固定在细杆两边凹槽内（细杆两相邻凹槽之间的间距为 5.0 cm）。测量两滑块质心距转轴距离  $d$  分别为 5.0、10.0、15.0、20.0、25.0(cm)时，两金属圆柱形滑块对中心轴的转动惯量实验值，并与平行轴定理给出的转动惯量的理论值进行比较，从而验证平行轴定理。

## 【数据处理】

1. 列表给出各物体几何尺寸和质量的测量结果，计算转动惯量理论值；
2. 测量扭摆弹簧的扭转常数  $K$  及  $a = \frac{K}{4\pi^2}$ ；
3. 参考表1给出各物体转动惯量实验值，并与相应理论值比较给出百分误差；

表 1

物体名称	平均周期 $\bar{T}/s$	$I$ 实验值 / (kg·m <sup>2</sup> )	$ I_{理} - I /I_{理} \times 100\%$
载物盘		$I_0 = a\bar{T}^2$	
圆柱		$I_1 = a\bar{T}^2 - I_0$	
圆筒		$I_2 = a\bar{T}^2 - I_0$	
球体		$I_3 = a\bar{T}^2 - I_{01}$	
细杆		$I_4 = a\bar{T}^2 - I_{02}$	

4. 参考表 2 给出平行轴定理的验证结果。

表 2

d/cm	5.00	10.00	15.00	20.00	25.00
平均周期 $\bar{T}/s$					
实验值 $I = a\bar{T}^2 - I_4 - I_{02} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$					
理论值 $I_{理} = 2md^2 + 2I_{滑块} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$					
$ I_{理} - I /I_{理} \times 100\%$					

### 【注意事项】

1. 取、放和安装待测物体要小心，不得摔碰。
2. 请勿测量圆球的质量（超过电子天平量程）。
3. 测量时各部分的锁紧螺栓都应拧紧，确保刚体摆动平稳。
4. 随时调整底脚螺栓，保持扭摆机座应水平。
5. 测量时摆角应在 40°~90° 范围，不宜过大或过小。

### 【思考题】

1. 试分析扭摆法测量刚体的转动惯量的主要系统误差？
2. 利用该扭摆装置验证平行轴定理时，为什么用两个相同的金属圆柱形滑块对称放置？试分析之。
3. 利用实验室现有装置，你能否设计出其他方法来验证平行轴定理？
4. 若要提高测量精度，应从哪些方面改进？

### 【参考文献】

- [1] 熊永红等主编, 《大学物理实验》, 科学出版社, 2007 年
- [2] 吴泳华, 霍剑青, 熊永红. 大学物理实验. 北京: 高等教育出版社, 2004
- [3] 刘平, 陈秉岩, 大学物理实验. 南京: 南京大学出版社, 2012